АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ИНСТИТУТ СОВРЕМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра экономики и менеджмента

УТВЕРЖДАЮ
Ректор
_______________ В.Д. Серяков
«27» августа 2021 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки
38.03.02 МЕНЕДЖМЕНТ

профиль подготовки: менеджмент организации

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Формы обучения: очная, очно-заочная, заочная

Москва – 2021

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент.

Автор: Профессор кафедры информатики, математики, естественнонаучных дисциплин и информационных технологий, к.физ.-мат.н., доцент, Бояршинов Б.С.

Программа одобрена на заседании кафедры экономики и менеджмента «17» августа 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой
экономики и менеджмента Д.С. Полянский

Внесение изменений и дополнений

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

«   »________________ 20___г., протокол № ________

Заведующий кафедрой ____

Внесение изменений и дополнений

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

«   »________________ 20___г., протокол № ________

Заведующий кафедрой ____

Внесение изменений и дополнений

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

«   »________________ 20___г., протокол № ________

Заведующий кафедрой ____

Внесение изменений и дополнений

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

«   »________________ 20___г., протокол № ________

Заведующий кафедрой ____

Внесение изменений и дополнений

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

«   »________________ 20___г., протокол № ________

Заведующий кафедрой ____

Лист изменений
в рабочей программе

Дата внесенных изменений	Содержание изменений	Подпись

1. **Наименование дисциплины.**

   Математика

1.1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины: формирование у слушателей высокой математической культуры.

1.2. Задачи дисциплины

- овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической экономической деятельности;
- развитие логического мышления и умения оперировать абстрактными объектами, привитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений;
- выработка представления о роли и месте математики в мировой культуре;
- ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области экономики.

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса "Математика" решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования студентов. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

2. **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

<u>Процесс изучения дисциплины направлен на формирование у обучающихся следующих общекультурных и профессиональных компетенций:</u>

- способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции **(ОК-1).**

Этап (уровень) освоения компетенции*	**Планируемые результаты обучения**** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)		
	<u>знать</u>	<u>уметь</u>	<u>владеть</u>
Первый этап (пороговый уровень) - ***способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции***	математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики.	использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики	навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.

Этап (уровень) освоения компетенции *	**Планируемые результаты обучения**** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)		
	знать	уметь	владеть
(ОК-1).-I			
Второй этап (повышенный уровень) ***способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1).-II***	аксиомы, определения, теоремы и формулы, составляющие теоретическую основу курса	решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии	методами корректного, логически строго доказательства, аппаратом аналитического исследования и техническими вычислительными приемами. -способностью выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Б1.Б.7 Базовая часть.

«Математика» является дисциплиной базовой части Блока 1 учебного плана и изучается студентами первого курса в первом и втором семестре очной формы обучения.

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.

Общая трудоемкость дисциплины составляет _6_зачётные единицы (216 часов).
Дисциплина предполагает изучение _17_ тем.

№	**Форма обучения**	**семестр**	**Общая трудоемкость**		**В том числе контактная работа с преподавателем**				**сам. работа**	**часы**	**вид контроля**
			в з.е.	**в часах**	**всего**	**лекции /***	**семинары, ПЗ/***	**кур.раб/ контр. раб**			
1	Очная	1	3	108	54	10/4	40/14		54	4	**Зачет с оценкой**
		2	3	108	54	10/8	44/14		27	27	**Экзамен**
2	Очно-заочная	1	3	108	34	6/2	24/10		74	**4**	**Зачет с оценкой**
		2	3	108	36	6/2	30/10		45	**27**	**Экзамен**
3	Заочная	1	5	180	20	4	12/6		156	**4**	**Зачет с оценкой**
		2	1	36	27				9	**27**	**Экзамен**

***** в том числе интерактивные занятия (ИЗ)

5. **Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.**

Очная форма обучения

Наименование разделов и тем	**Всего часов учебных занятий**	**В т.ч. аудиторных**	**В том числе по видам учебных занятий**		***Занятия в ИФ***	**Отчетность**	**Самостоятельная работа**
			Лекции	**Практические занятия**			
1 семестр							
Первый модуль. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии							
Основы аналитической геометрии и линейные пространства	14	7	1	6			7
Матрицы и системы линейных уравнений	14	7	1	6			7
Понятие линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	16	8	2	6			8
Второй модуль Математический анализ. Функции одной переменной							
Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность	16	8	2	6			8
Дифференциальное исчисление	20	10	2	8			10
Интегральное исчисление	20	10	2	8			10
Зачет с оценкой	**8**	**4**				**4**	**4**
Итого за 1 семестр	**108**	**54**	**10**	**40**		**4**	**54**
2 семестр							
Третий модуль. Математический анализ. Функции нескольких переменных							
Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность	25	16	2	14			9
Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление	27	18	4	14			9
Экстремумы функций нескольких переменных	29	20	4	16			9
Экзамен	**27**	**9**				**9**	**18**
Итого за 2 семестр	**108**	**63**	**10**	**44**		**9**	**45**
Всего по курсу:	**216**	**117**	**20**	**84**		**13**	**99**

Всего на дисциплину учебным планом отводится 6 зачетных единиц

очно-заочная форма обучения

Наименование разделов и тем	**Всего часов учебных занятий**	**В т.ч. аудиторных**	**В том числе по видам учебных занятий**			**Отчетность**	**Самостоятельная работа**
			Лекции	**Практические занятия**	***Занятия в ИФ***		
1 семестр							
Первый модуль. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии							
Основы аналитической геометрии и линейные пространства	15	5	1	4	***2***		10
Матрицы и системы линейных уравнений	15	5	1	4	***2***		10
Понятие линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	15	5	1	4	***2***		10
Второй модуль Математический анализ. Функции одной переменной							
Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность	19	5	1	4	***2***		14
Дифференциальное исчисление	17	5	1	4	***2***		12
Интегральное исчисление	19	5	1	4	***2***		14
Зачет с оценкой	**8**	**4**				**4**	**4**
Итого за 1 семестр	**108**	**34**	**6**	**24**	***12***	**4**	**74**
2 семестр							
Третий модуль. Математический анализ. Функции нескольких переменных							
Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность	27	12	2	10	***4***		15
Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление	27	12	2	10	***4***		15
Экстремумы функций нескольких переменных	27	12	2	10	***4***		15
Экзамен	**27**	**9**				**9**	**18**
Итого за 2 семестр	**108**	**45**	**6**	**30**	***12***	**9**	**63**
Всего по курсу:	**216**	**79**	**12**	**54**	***24***	**13**	**137**

Всего на дисциплину учебным планом отводится 6 зачетных единиц

(заочная форма обучения)

Наименование разделов и тем	Всего часов учебных занятий	В т.ч. аудиторных	В том числе по видам учебных занятий			Отчетность	Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	*Занятия в ИФ*		
1 семестр							
Первый модуль. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии							
Основы аналитической геометрии и линейные пространства Матрицы и системы линейных уравнений Понятие линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	50	5	1	4	***1***		45
Второй модуль Математический анализ. Функции одной переменной							
Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность Дифференциальное исчисление Интегральное исчисление	50	5	1	4	***1***		45
Третий модуль. Математический анализ. Функции нескольких переменных							
Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление	50	5	1	4	***2***		45
Экстремумы функций нескольких переменных	22	5	1	4	***2***		17
Зачет с оценкой	**8**	**4**				**4**	**4**
Итого за 1 семестр	**180**	**24**	**4**	**16**	***6***	**4**	**156**
2 семестр							
Экзамен	**36**	**9**				**9**	**27**
Итого за 2 семестр	**36**	**9**				**9**	**27**
Всего по курсу:	**216**	**33**	**4**	**16**	***6***	**13**	**183**

Всего на дисциплину учебным планом отводится 6 зачетных единиц

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1.1. Основы аналитической геометрии и линейные пространства.

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Угол между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

Тема 1.2. Матрицы и системы линейных уравнений.

Матрицы и арифметические операции с матрицами.

Понятие определителя n-го порядка, их свойства и способы вычисления. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и способы его вычисления. Существование и нахождение обратной матрицы.

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Второй способ нахождения обратной матрицы.

Тема 1.3. Понятие линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Отображения линейных пространств. Линейные отображения, их матрицы. Преобразование координат вектора и матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов. Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. Неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции. Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей 0/0 и ?/?. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Ло-кальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых.

Общая схема исследования функций и построения их графиков. Приложения производных в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Точки разрыва функций. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области. Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Одним из основных видов деятельности студента является самостоятельная работа, которая включает в себя изучение лекционного материала, учебников и учебных пособий, первоисточников, подготовку докладов, сообщений, выступлений на семинарских занятиях, написание рефератов, выполнение заданий преподавателя.

Методика самостоятельной работы предварительно разъясняется преподавателем и в последующем может уточняться с учетом индивидуальных особенностей студентов. Время и место самостоятельной работы (аудитории института, библиотека) выбираются студентами по своему усмотрению с учетом рекомендаций преподавателя.

Самостоятельную работу над дисциплиной следует начинать с изучения программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям, навыкам студентов. Обязательно следует вспомнить рекомендации, данные преподавателем, затем приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании темы, необходимо изучить материал с помощью учебника. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела, включенных в него тем. Затем, как показывает опыт, полезно изучить выдержки из первоисточников – работ выдающихся философов и правоведов. Полезно составить их краткий конспект. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Тематика самостоятельной работы по дисциплине

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ по 1-му модулю

1. Система линейных уравнений; правило Крамера; методы Гаусса и Жордана-Гауса.
2. Обратная матрица; матричное решение систем линейных уравнений.
3. Вектор; линейные операции над векторами; базис и координаты вектора; линейная зависимость векторов.
4. Скалярное и векторное произведения векторов; их свойства.
5. Декартова система координат и базис; переход от одного базиса к другому.
6. Уравнения прямой на плоскости; угол между прямыми.
7. Уравнения плоскости в пространстве.
8. Канонические уравнения параболы и гиперболы.
9. Канонические уравнения окружности и эллипса.
10. Поверхности второго порядка.
11. Параллельность и перпендикулярность плоскостей.
12. Параллельность и перпендикулярность прямых на плоскости и в пространстве.
13. Касательная и нормаль к кривой на плоскости.
14. Касательная и нормаль к пространственной кривой.
15. Параллельные переносы; поворот координат на плоскости.
16. Параллельные переносы; поворот координат в пространстве.
17. Длина вектора; длина отрезка; расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.
18. Деление отрезка в заданном отношении на плоскости и в пространстве.
19. Линейные операторы и матрицы. Собственные векторы линейных операторов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ по второму модулю

1. Верхняя (нижняя) грань множества. Точная верхняя (нижняя) грань множества.
2. Определение функции одной переменной.
3. Ограниченная функция (сверху, снизу).
4. Способы задания функции.

5. Основные классы функций одной переменной.
6. Предел функции одной переменной.
7. Односторонние пределы функции одной переменной.
8. Теорема о существовании предела функции одной переменной.
9. 1-ый и 2-ой замечательные пределы.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. связь между ними.
11. Теоремы о сумме и произведении бесконечно малых функций.
12. Сравнение бесконечно малых функций.
13. Определение непрерывности функций одной переменной.
14. Классификация точек разрыва функции одной переменной.
15. Точная верхняя (нижняя) грань функции.
16. 1-я теорема Вейерштрасса.
17. 2-я теорема Вейерштрасса.
18. Определение равномерной непрерывности функции.
19. Определение сложной функции.
20. Определение монотонной функции.
21. Определение обратной функции.
22. Теорема о непрерывности обратной функции.
23. Определение производной функции одной переменной.
24. Геометрический и физический смысл функции одной переменной.
25. Таблица производных.
26. Правила дифференцирования функции одной переменной.
27. Формула дифференцирования сложной функции.
28. Формула логарифмической производной.
29. Формула дифференциала функции.
30. Приближенное вычисление с помощью дифференциала.
31. Правило Лопиталя.
32. Признак монотонности функции.
33. Определение точки локального экстремума.
34. Достаточное условие локального экстремума.
35. Определение выпуклости вниз (вверх).
36. Определение точки перегиба.
37. Необходимое условие точки перегиба.
38. Достаточное условие точки перегиба.
39. Определение асимптот графика (вертикальной, горизонтальной, наклонной)
40. Определение числовой последовательности.
41. Действия над последовательностями (сумма, произведение, частное).
42. Ограниченная последовательность.
43. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
44. Предел последовательности.
45. Определение первообразной функции одной переменной.
46. Определение неопределенного интеграла.
47. Основные свойства неопределенного интеграла (производная от интеграла, интеграл от дифференциала функции, интеграл от суммы двух функций).
48. Таблица интегралов.
49. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.

50. Формула интегрирования по частям.
51. Формула Ньютона-Лейбница.
52. Приложения определенного интеграла.
53. Определение несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
54. Определение несобственного интеграла от неограниченных функций.
55. Предел последовательности точек плоскости.
56. Предел функции двух переменных.
57. Непрерывность функции двух переменных.

ГЛОССАРИЙ

Множество набор, совокупность, собрание каких-либо объектов, называемых его элементами, обладающими общим для всех них характеристическим свойством.

«Множество есть многое, мыслимое как единое» (Г. Кантор). Это не является в полном смысле логическим определением понятия Множества, а всего лишь пояснением. При этом можно либо дать перечень элементов Множества — его перечисление, либо дать правило для определения того, принадлежит или нет данный объект рассматриваемому Множеству — его описание.

Число важнейшее математическое понятие. Возникнув в простейшем виде ещё в первобытном обществе, понятие Числа изменялось на протяжении веков, постепенно обогащаясь содержанием по мере расширения сферы человеческой деятельности и связанного с ним расширения круга вопросов, требовавшего количественного описания и исследования.

Представления чисел Способы записи чисел при помощи различных систем условных знаков. В настоящее время наиболее распространена десятичная система записи чисел при помощи древнеиндийских (арабских) цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. На ранних этапах развития математики у различных народов использовались и другие способы представления чисел: древнегреческая, римская, вавилонская, славянская и другие системы нумерации.

Натуральные числа Понятие натурального числа, вызванное потребностью счёта предметов, возникло ещё в доисторические времена. Бесконечный ряд натуральных чисел известен из курса средней школы: 1, 2, 3, 4, … и так далее. Это множество чисел обозначается символом N.

Целые числа Множество целых (обозначается **Z**) чисел состоит из натуральных чисел: 1, 2,3, 4, …, отрицательных чисел: -1, -2, -3, -4, … и числа ноль - 0.

Рациональные числа Множество рациональных (обозначается **Q**) чисел состоит из всех несократимых дробей вида **m/n**, где **m, n** произвольные целые числа, причем число **n** не должно равняться нулю.

Действительные числа Множество действительных (вещественных) чисел обозначается символом **R** и включает в себя рациональные и иррациональные числа.

Комплексные числа Множество комплексных чисел (обозначается **C**) образуется при помощи множества действительных чисел и мнимой единицы Эйлера. Произвольное комплексное число может быть записано в виде z = a + i b, где a, b произвольные вещественные числа, a i мнимая единица Эйлера.

Позиционные системы счисления Способы записи всех вещественных чисел при помощи ограниченного набора цифр. Наиболее распространенной является десятичная система счисления, базирующаяся на десяти цифрах 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. В информатике используются также двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления.

Мнимая единица Число i □ главный представитель множества мнимых чисел, квадраты которых всегда отрицательны. Мнимая единица была введена в математику Леонардом Эйлером. Основное свойство этого числа состоит в том, что его квадрат равен минус единице: i2 = □1.

Прямая Множество точек на плоскости или в трехмерном пространстве, описываемое системой линейных алгебраических уравнений, связывающих координаты этих точек.

Плоскость Множество точек в трехмерном пространстве, описываемое одним линейным алгебраическим уравнением вида Ax + By + Cz +D = 0, где (x,y,z) - трехмерные декартовы координаты точек, A, D, C, D - произвольные вещественные числа, среди которых A, D, C не равны все одновременно нулю.

Трехмерное пространство Множество точек, описываемое тремя произвольными вещественными числами, которые называются координатами этих точек. Трехмерное пространство получается путем прямого умножения трех множеств действительных чисел **R** и обозначается символом: R3 = R □ R □ R.

Метод координат Алгебраический метод решения геометрических задач на плоскости и в пространстве.

Системы координат и их типы Система соответствий между геометрическими точками в трехмерном пространстве (или на плоскости) и всевозможными упорядоченными тройками

(парами) вещественных чисел (x,y,z), которые называются трехмерными декартовыми координатами точки: x □ абсцисса, y □ ордината, z □ аппликата точки. В математике часто используются также косоугольные (не ортогональные) и криволинейные системы координат (цилиндрическая и сферическая).

Левые и правые системы координат Декартовы системы координат в трехмерном пространстве бывают двух типов, с левой и правой ориентацией. Упорядоченная тройка некомпланарных векторов называется правой, если после приведения их к общему началу из конца третьего вектора кратчайший поворот от первого вектора ко второму виден совершающимся против часовой стрелки. В противном случае тройка векторов называется левой. Для левой системы декартовых координат смешанное произведение всех трех ортов координатных осей **e**1, **e**2, **e**3, взятых в обычном порядке их следования равно минус единице (**e**1**e**2**e**3) = □1. Для правой системы координат это произведение равно плюс единице. На практике в основном используется правосторонняя система координат.

Линии первого порядка На координатной плоскости (XY) линия первого порядка описывается простейшим алгебраическим уравнением ax + by + c = 0. С геометрической точки зрения это уравнение соответствует некоторой прямой на координатной плоскости (XY).

Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола

На координатной плоскости (XY) линиям второго порядка соответствуют алгебраические уравнения вида: ax2 + by2 + cxy + dx +ey +f = 0. В зависимости от значений числовых коэффициентов a, b, c, d, e, f это уравнение описывает одну из трех известных кривых второго порядка □эллипс, гиперболу или параболу.

Особо выделяют канонические уравнения этих кривых, для которых выполнены следующие соотношения: Эллипс: c = d = e =0, знаки коэффициентов a, b совпадают, но противоположны знаку коэффициента f. Гипербола: c = d = e =0, знаки коэффициентов a, b противоположны друг другу. Парабола: b = c = d = f =0, коэффициенты e, a не равны нулю или a = c = e = f =0, коэффициенты b, d не равны нулю.

Л и н е й н о е в е к т о р н о е п р о с т р а н с т в о

Линейным векторным пространством называется совокупность объектов одинаковой природы (векторов), для которых определены операции сложения и умножения на число. Эти операции должны удовлетворять восьми аксиомам линейного пространства: переместительное и сочетательное свойства суммы, аксиомы существования нулевого и противоположного векторов, аксиома умножения вектора на единицу, сочетательное свойство относительно умножения вектора на числовой множитель, распределительное свойство умножения вектора на сумму числовых множителей, распределительное свойства относительно умножения суммы векторов на числовой множитель.

М о д у л ь в е к т о р а

Модулем вектора (или его длинной) называется расстояние между точками начала и конца вектора. В декартовой системе координат выполнена теорема Пифагора: квадрат длинны вектора равен сумме квадратов его декартовых координат.

Е д и н и ч н ы й в е к т о р . О р т ы .

Вектор, длина которого равна единице, называется единичным вектором. Единичные векторы, направленные вдоль осей декартовой системы координат, называются ортами. Единичный вектор, направленный вдоль оси **X** называется ортом **i**, вдоль оси **Y** □ ортом **j**, вдоль оси **Z** □ ортом **k**. Орты **i, j, k** образуют правую тройку векторов со смешанным произведением равным плюс единице.

С к а л я р н о е п р о и з в е д е н и е

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус плоского угла между их направлениями. В декартовой системе координат скалярное произведение может быть вычислено через сумму парных произведений соответствующих декартовых координат векторов.

В е к т о р н о е п р о и з в е д е н и е

Векторным произведением двух векторов **a, b** называется вектор **a□b**, модуль которого равен произведению длин этих векторов на синус плоского угла между их направлениями. Вектор векторного произведения направлен вдоль перпендикуляра к плоскости, образованной исходными векторами **a, b**. При этом вектора **a, b, a□b**, должны образовывать правую тройку векторов.

С м е ш а н н о е п р о и з в е д е н и е

Смешанным произведением трех векторов **a, b, c** называется число модуль которого равен объему параллелепипеда с ребрами, построенными на этих трех векторах. При этом если вектора **a, b, c** образуют правую тройку векторов, то смешанное произведение будет положительным числом, если левую тройку векторов, то □ отрицательным числом. Для компланарных векторов смешанное произведение равно нулю.

М а т р и ц а

Таблица из чисел, записанных в виде **m** одинаковых строк, содержащих ровно **n** чисел в каждой строке (равномерно распределенных по n столбцам) называется прямоугольной матрицей размером **m□n.** Если число строк в матрице равно числу ее столбцов (m = n), то такую матрицу называют квадратной матрицей n-ого порядка.

Транспонирование матриц

Процедура транспонирования матриц связана с такой перезаписью ее элементов, когда числа, записанные в виде строк в исходной матрице, последовательно перезаписываются в виде столбцов в транспонированной матрице. При этом, если исходная прямоугольная матрица имела размеры **m□n**, то полученная при транспонировании матрица будет иметь размеры **n□m.**

Определитель

Определитель, есть некоторое число, которое ставится в соответствие каждой квадратной матрице. Определитель вычисляется при помощи всех элементов, входящих в состав исходной матрицы по довольно сложным формулам. Для квадратных матриц 2-ого порядка определитель равен разности произведений чисел, стоящих на главной диагонали и чисел, стоящих на побочной диагонали. Определители квадратных матриц 3-ого, 4-ого и более высоких порядков путем последовательных алгебраических преобразований могут быть вычислены через так называемые миноры - определители матриц меньших размеров, получаемые из части элементов исходной матрицы.

Минор

Минором данного элемента aij, стоящего в i-ой строке и j-ом столбце квадратной матрицы n-ого порядка называется определитель другой квадратной матрицы меньшего размера (n □ 1), получаемой из исходной матрицы вычеркиванием строки и столбца на пересечении которых стоит элемент aij. Минор, получаемый из исходной матрицы вычеркиванием i-ой строки и j-ого столбца, обозначается символом Mij.

Алгебраическое дополнение

Алгебраическим дополнением элемента aij, стоящего в i-ой строке и j-ом столбце квадратной матрицы n-ого порядка называется число Aij, которое получается умножением минора этого элемента Mij на плюс или минус единицу в зависимости от того четной или нечетной будет сумма номеров строки и столбца на пересечении которых расположен элемент aij. Конкретный выбор знака определяется формулой Aij = (□1)i+j Mij.

Единичная матрица

Квадратная матрица n-ого порядка называется единичной и обозначается символом E, если на ее главной диагонали расположены n одинаковых элементов равных единице, а все остальные элементы матрицы равны нулю. В матричной алгебре единичные матрицы играют роль подобную числу 1 среди обычных чисел. При матричном умножении произвольной квадратной матрицы A на единичную матрицу того же самого порядка всегда получаем исходную матрицу: A□E = E□A = A.

Обратная матрица

Квадратная матрица n-ого порядка называется обратной по отношению к некоторой квадратной матрице A и обозначается символом A□1, если при ее умножении справа или слева на исходную матрицу A получается единичная матрица n-ого порядка: A□1□A = A□A□1 = E. Обратная матрица существует только в том случае, если определитель исходной квадратной матрицы A не равен нулю.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в матричной форме

В трехмерном пространстве операции скалярного, векторного и смешанного произведения векторов могут быть записаны в матричном виде. Скалярное произведение двух векторов равно произведению матрицы-строки, построенной из координат первого вектора на матрицу столбец, составленную из координат второго вектора. Векторное произведение двух векторов может быть записано в виде определителя матрицы третьего порядка, первая строка, которого составлена из ортов декартовой системы прямоугольных координат **i, j, k** , вторая строка состоит из координат первого вектора, а третья строка □ из координат второго вектора. Смешанное произведение трех векторов может быть также вычислено через определитель матрицы 3-ого порядка, строки которой составлены из координат 1-ого, 2-ого и 3-ого векторов соответственно.

Матричная запись системы линейных уравнений

Систему n линейных уравнений с n неизвестными можно записать в виде одного матричного уравнения вида A□X = B, где A - квадратная матрица n-ого порядка, составленная из коэффициентов, стоящих при неизвестных переменных в каждом из n уравнений системы, X □ матрица-столбец, составленная из n неизвестных переменных. B □ матрица-столбец, составленная из чисел, стоящих в правой части системы линейных уравнений.

Метод Крамера

Метод Крамера позволяет находить решения системы линейных уравнений A□X = B, при помощи главной квадратной матрицы A, составленных из коэффициентов, стоящих при неизвестных переменных и столбца чисел в правой части системы □ B. Формулы Крамера: xi = □i/□□□где □ = det(A) □ главный определитель системы, образованный из квадратной матрицы A, □i □ определитель, соответствующий неизвестной переменной xi. В этом определителе столбец чисел из правой части системы B, замещает собой в главной матрице A столбец коэффициентов, которые стоят при неизвестной переменной xi.□

Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Система n линейных уравнений с n неизвестными, записанная в матричном виде A□X = B, может быть легко решена через обратную матрицу, если исходная главная матрица системы A является невырожденной. Формальное решение может быть записано в виде умножения обратной матрицы на столбец свободных членов из правой части системы уравнений X = A-1□B.

Собственные значения матриц

Собственные значения произвольной квадратной матрицы A n-ого порядка находятся, как корни алгебраического уравнения n-ой степени: det(A □ □E) = 0, где E □ единичная матрица n-ого порядка, □ □ искомые собственные значения.

Среди корней этого уравнения может быть не более n различных действительных и комплексных чисел □i, которые и называются собственными значениями матрицы A

Собственные вектора матриц

Собственные вектора произвольной квадратной матрицы A определяются как нетривиальные (ненулевые) решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. (A □ □i E)□X = 0, где □i □ одно из собственных значений матрицы A. Каждому различному собственному значению матрицы соответствует один собственный вектор X, который определен с точностью до общего нормировочного множителя.

Эрмитова матрица

Это самосопряженная квадратная матрица A = ‖ aij ‖ с комплексными элементами, которые удовлетворяют соотношениям aij = aji*, т.е. операция комплексного сопряжения эквивалентна операции транспонирования эрмитовой матрицы: A* = AT . На главной диагонали эрмитовой матрицы стоят вещественные элементы, все собственные значения эрмитовой матрицы являются вещественными числами.

Последовательность — это набор элементов некоторого множества пронумерованный натуральными числами

Предел последовательности — это объект, к которому члены последовательности приближаются с ростом номера.

Верхний предел последовательности — это наибольшая предельная точка этой последовательности.

Нижний предел последовательности — это наименьшая предельная точка этой последовательности

Функция — математическое понятие, отражающее связь между элементами различных множеств. Более точно, это «закон», по которому каждому элементу одного множества (называемому областью определения) ставится в соответствие некоторый элемент другого множества (называемого областью значений).

Кривая второго порядка — геометрическое место точек, декартовы прямоугольные координаты которых удовлетворяют уравнению вида в котором по крайней мере один из коэффициентов отличен от нуля.

Преде́л фу́нкции (**предельное значение функции**) —значение, к которому функция в определённом смысле приближается при приближении аргумента к определённой точке.

Функция **f (x)**имеет предел **A** в точке **xo**, если для всех значений **x,** достаточно близких к, **xo** значение **f (x)** близко к **A**.

Односторонний предел числовой функции в точке — это специфический предел, подразумевающий, что аргумент функции приближается к указанной точке с определённой стороны (слева или справа). Числовая функция имеет предел в точке тогда и только тогда, когда она имеет в этой точке совпадающие левый и правый пределы.

Непрерывная функция — это такое отображение, у которого малые изменения аргумента в окрестности любой точки приводят к малым изменениям значения отображения. Другими словами, функция **f** непрерывна в точке a, предельной для множества **E**, если она имеет предел в данной точке и этот предел совпадает со значением функции в данной точке:

Производной функции f в точке x0 называется предел, если он существует, Общепринятые обозначения производной функции y = f(x) в точке x0:

Дифференциа́л (от лат. differentia — разность, различие) в математике — линейная часть приращения функции или отображения. Это понятие тесно связано с понятием производной по направлению. Обычно дифференциал **f** обозначается **df.** Значение дифференциала в точке x обозначается **dx f**, а иногда **dfx** или **df[x].**

П е р е г и б

Точка **(x0 ; f(x0))** является точкой перегиба графика функции, то есть график функции **f** в точке **(x0 ; f(x0))** «перегибается» через касательную к нему в этой точке: при **x < x0** касательная лежит под графиком **f,** а при **x > x0** — над графиком f (или наоборот)

В ы п у к л а я ф у н к ц и я .

Функция называется **выпуклой** (или **выпуклой вниз**) на некотором интервале, если для любых двух точек **x, y** из этого интервала и для любого числа **t,** принадлежащего отрезку [0,1], выполняется неравенство. Если это неравенство является строгим для всех t из интервала (0,1), функция называется строго выпуклой; если выполняется обратное неравенство, функция называется вогнутой, или выпуклой вверх.

Дважды дифференцируемая функция одной переменной выпукла на интервале тогда и только тогда, когда её вторая производная неотрицательна на этом интервале. Если вторая производная дважды дифференцируемой функции строго положительна, такая функция является строго выпуклой, однако обратное неверно (например, функция **f(x)=x4** строго выпукла на

[-1,1], но её вторая производная в точке **x=0** равна нулю).

Степенной ряд— это формальное алгебраическое выражение вида:

в котором коэффициенты an берутся из некоторого кольца R.

Числовой ряд считается сходящимся (суммируемым), если сходится последовательность частичных сумм, составленных из его членов, и называется абсолютно сходящимся, если сходится последовательность частичных сумм, составленных из его членов, взятых по модулю (по норме).

Экстре́мум (лат. extremum — крайний) в математике — максимальное или минимальное значение функции на заданном множестве. Точка, в которой достигается экстремум, называется точкой экстремума. Соответственно, если достигается минимум — точка экстремума называется точкой минимума, а если максимум — точкой максимума. В математическом анализе выделяют также понятие локальный экстремум (соответственно минимум или максимум).

Н е о п р е д е л ё н н ы й и н т е г р а л

Первообра́зной функцией (иногда называют также антипроизводной) данной функции f называют такую F, производная которой (на всей области определения) равна f, то есть F ′ = f. Вычисление первообразной заключается в нахождении неопределённого интеграла, а сам процесс называется интегрированием.

О п р е д е л ё н н ы й и н т е г р а л

Определённый интеграл — аддитивный монотонный нормированный функционал, заданный на множестве пар, первая компонента которых есть интегрируемая функция или функционал, а вторая — область в множестве задания этой функции (функционала).

Данное выше определение интеграла при всей его кажущейся общности в итоге приводит к привычному пониманию определённого интеграла, как площади подграфика функции на отрезке.

Формула Ньютона-Лейбница или теорема анализа даёт соотношение между двумя операциями: взятием определенного интеграла и вычислением первообразной. Если f (x) непрерывна на отрезке [a , b] и Φ — ее любая первообразная на этом отрезке, то имеет место равенство

Н е с о б с т в е н н ы й и н т е г р а л

Определенный интеграл называется несобственным , если выполняется, по крайней мере, одно из следующих условий:

 Предел a или b (или оба предела) являются бесконечными;

 Функция f (x) имеет одну или несколько точек разрыва внутри интервала [a , b].

Несобственный интеграл выражает площадь бесконечно высокой или бесконечно длинной криволинейной трапеции

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Средства оценивания:

-письменные краткие опросы в ходе аудиторных занятий по учебной дисциплине;

-проверка выполненных заданий и упражнений;

-выполнение заданий и упражнений в ходе семинаров;

-ответы на вопросы при проведении зачета с оценкой.

ФОС для текущего и промежуточного контроля

Этап (уровень) освоения компетенции*	**Планируемые результаты обучения**** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)			**ФОС текущего контроля**	**Промежуточная аттестация – зачет с оценкой**
	знать	уметь	владеть		
Первый этап (пороговый уровень) ***способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1)-I***	Знать: математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики.	Уметь: использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики	Владеть: навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.	Терминологический опрос. Рубежное тестирование. Семинары и практические занятия по темам. Выполнение заданий.	Анализ и оценка результатов выполнения заданий. Вопросы к зачету.
Второй этап (повышенный уровень) ***способностью использовать основы философских знаний для формирования***	Знать: аксиомы, определения, теоремы и формулы, составляющие теоретическую основу курса	Уметь: решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии	Владеть: методами корректного, логически строго доказательства, аппаратом аналитического исследования и техническими вычислительными приемами. -способностью выбирать математические модели организационны	Терминологический опрос. Рубежное тестирование. Семинары и практические занятия по темам. Выполнение заданий.	Анализ и оценка результатов выполнения заданий. Вопросы к зачету.

Этап (уровень) освоения компетенции*	Планируемые результаты обучения** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)			ФОС текущего контроля	Промежуточная аттестация – зачет с оценкой
	знать	уметь	владеть		
мировоззренческой позиции (ОК-1)-II			х систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.		

Этап (уровень) освоения компетенции*	Планируемые результаты обучения** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2	3	4	5
Первый этап (пороговый уровень) ***способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1)-I***	Владеть: навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.	Не владеет навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.	Слабо владеет навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.	Хорошо владеет навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.	Отлично владеет навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.
	Уметь: использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики	Не умеет использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики	Поверхностно использует математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики	Хорошо, умело использует математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики	Легко и творчески использует математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики

Этап (уровень) освоения компетенции*	**Планируемые результаты обучения**** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	**Критерии оценивания результатов обучения**			
		2	3	4	5
	Знать: математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики.	Не знает математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики.	Поверхностно знает математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики.	Хорошо знает математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики.	Отлично знает математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики.
Второй этап (повышенный уровень) ***способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1)-II***	Владеть: методами корректного, логически строго доказательства, аппаратом аналитического исследования и техническими вычислительным и приемами. -способностью выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.	Не владеет методами корректного, логически строго доказательства, аппаратом аналитического исследования и техническими вычислительным и приемами. -способностью выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.	Слабо владеет методами корректного, логически строго доказательства, аппаратом аналитического исследования и техническими вычислительным и приемами. -способностью выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.	Хорошо владеет методами корректного, логически строго доказательства, аппаратом аналитического исследования и техническими вычислительным и приемами. -способностью выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.	Отлично владеет методами корректного, логически строго доказательства, аппаратом аналитического исследования и техническими вычислительным и приемами. -способностью выбирать математические модели организационных систем, анализировать их адекватность, проводить адаптацию моделей к конкретным задачам управления.
	Уметь: решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии	Не умеет решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии	Слабо умеет решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии	Хорошо умеет решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии	Отлично умеет решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии

<table>
<tr><th rowspan="2">Этап (уровень) освоения компетенции*</th><th rowspan="2">Планируемые результаты обучения** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)</th><th colspan="4">Критерии оценивания результатов обучения</th></tr>
<tr><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr>
<tr><td></td><td>Знать: аксиомы, определения, теоремы и формулы, составляющие теоретическую основу курса</td><td>Не знает аксиомы, определения, теоремы и формулы, составляющие теоретическую основу курса</td><td>Поверхностно знает аксиомы, определения, теоремы и формулы, составляющие теоретическую основу курса</td><td>Хорошо знает аксиомы, определения, теоремы и формулы, составляющие теоретическую основу курса</td><td>Отлично знает аксиомы, определения, теоремы и формулы, составляющие теоретическую основу курса</td></tr>
</table>

Критерии оценки уровня овладения студентами компетенции на этапе зачета с использованием теста по учебной дисциплине

<table>
<tr><th colspan="2">оценка</th><th>Характеристики ответа студента</th></tr>
<tr><td>Отлично</td><td rowspan="2">зачтено</td><td>86-100 % правильных ответов</td></tr>
<tr><td>Хорошо</td><td>76-85%</td></tr>
<tr><td>Удовлетворительно</td><td rowspan="2">не зачтено</td><td>51-75%</td></tr>
<tr><td>Неудовлетворительно</td><td>Менее 50 %</td></tr>
</table>

Примерные вопросы к зачету с оценкой 1-й семестр.

1. Операции над множествами.
2. Операции над вещественными числами. Верхняя (нижняя) грань множества. Точная верхняя (нижняя) грань множества.
3. Абсолютная величина числа. Теоремы о модуле суммы, разности чисел.
4. Числовая последовательность. Ограниченная, бесконечно малая и бесконечно большая последовательности.
5. Сходящаяся последовательность. Теорема о единственности предела. Теоремы о бесконечно малых последовательностях.
6. Теорема об ограниченности сходящихся последовательностей. Свойства сходящихся и монотонных последовательностей.
7. Понятие функции одной переменной; способы ее задания. Классификация функций.
8. Предел функции. Теорема об условии существования предела функции в точке.
9. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного двух функций. Теорема о пределах 3-х функций.
10. 1-й и 2-й замечательный пределы. Вычисление пределов.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теорема о необходимом и достаточном условии существовании предела.
12. Теорема о сумме и произведении бесконечно малых функций. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
14. Непрерывность функции. Теорема о сумме, произведении, частном непрерывных функций.
15. Точки разрыва функции. Их классификация.

16. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.

17. Непрерывность функции. 1-ая теорема Больцано - Коши.

18. Непрерывность функции. 2-ая теорема Больцано - Коши.

19. Непрерывность функции. 1-ая теорема Вейерштрасса.

20. Непрерывность функции. 2-ая теорема Вейерштрасса.

21. Сложная и обратная функции. Теоремы о непрерывности сложной и обратной функции.

22. Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной.

23. Дифференцируемость функции. Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функций.

24. Таблица основных производных. Правила дифференцирования.

25. Дифференцирование сложной и обратной функции. Логарифмическая производная.

26. Производная неявно и параметрически заданной функции.

27. Дифференциал функции одной переменной; его геометрический смысл и применение к приближенным вычислениям.

28. Производная и дифференциалы высших порядков функции одной переменной.

29. Теорема Ферма.

30. Теорема Ролля.

31. Теорема Лагранжа.

32. Теорема Коши.

33. Правило Лопиталя.

34. Признак монотонности дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условия экстремума.

35. Точки перегиба функции. Признак выпуклости дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.

36. Асимптоты. Общая схема исследования функции.

37. Теорема Тейлора. Разложения основных функций в ряд Маклорена

Вопросы к экзамену 2-й семестр

1. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.

2. Замена переменных в неопределенном интеграле.

3. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

4. Интегрирование рациональных функций.

5. Определенный интеграл.

6. Необходимое и достаточное условия интегрируемости функции.

7. Основные свойства определенного интеграла.

8. Оценки определенных интегралов. Интеграл от неотрицательной функции.

9. Оценки определенных интегралов. Модуль интеграла.

10. Оценки определенных интегралов. Теорема о среднем, ее геометрический смысл.

11. Интеграл с переменным верхним пределом.

12. Формула Ньютона - Лейбница.

13. Замена переменных в определенном интеграле.

14. Интегрирование по частям в определенном интеграле.

15. Приложения определенного интеграла.

16. Несобственные интегралы 1-го рода.
17. Несобственные интегралы 2-го рода.
18. Понятие функции нескольких переменных.
19. Предел функции нескольких переменных.
20. Понятие непрерывности функции двух переменных.
21. Основные свойства непрерывных функций двух переменных.
22. Частные производные функции 2-х переменных.
23. Дифференцируемость функции 2-х переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции 2-х переменных.
24. Достаточное условие дифференцируемости функции 2-х переменных.
25. Производная сложной функции 2-х переменных.
26. Дифференциал функции 2-х переменных и его приложения к приближенным вычислениям.
27. Производная по направлению. Градиент.
28. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
29. Экстремум функции 2-х переменных.
30. Необходимые условия экстремума функции 2-х переменных.
31. Достаточные условия экстремума функции 2-х переменных.
32. Условный экстремум функции 2-х переменных.
33. Необходимые условия условного экстремума функции 2-х переменных.
34. Достаточные условия условного экстремума функции 2-х переменных.
35. Определение двойного интеграла, его геометрический смысл.
36. Свойства двойного интеграла.
37. Сведение двойного интеграла к повторному.
38. Замена переменных в двойном интеграле.
39. Геометрические и физические приложения двойных интегралов.
40. Криволинейные интегралы 1-го рода.
41. Криволинейные интегралы 2-го рода.
42. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
43. Определение тройного интеграла, его геометрический смысл.
44. Сведение тройного интеграла к повторному.
45. Замена переменных в тройном интеграле.
46. Цилиндрические и сферические координаты.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Базовые учебники.

1. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов / ред.: Н.Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ, 2014. - 480 с. - (Золотой фонд российских учебников).
2. Красс М. С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

Основная литература

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Высшая школа, 1998.

2. Красс М. С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.

3. Письменный Д.Т. Высшая математика. 100 экзаменационных ответов. 1 курс. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1999.

4. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.

Дополнительная литература

1. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.

2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.

3. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.

4. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.

5. Высшая математика для менеджера: Учебное пособие для вузов / Под ред. В.В. Лебедева. М.: Финстатинформ, 1999.

6. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.

7. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов / Под ред. Б.П. Демидовича. М.: Наука, 1978.

8. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.

9. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. Ч.1. и 2. М.: Изд-во МГУ, 1985 и 1987.

10. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 1998.

11. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.

12. Кустов Ю.А., Юмагулов М.Г. Математика. Основы математического анализа: теория, примеры, задачи. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1998.

13. Малыхин В.И Математика в экономике: Учебное пособие: М.: ИНФРА-М, 1999.

14. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.

15. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 1999.

16. Руководство к решению задач с экономическим содержанием по курсу высшей математики / Под ред. А.И. Карасева и Н.Ш. Кремера. М.: Экономическое образование, 1989.

17. Сборник задач по высшей математике / Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Ч.1. М.: Наука, 1993.

18. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.

19. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.2. М.: Финансы и статистика, 1999.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный образовательный портал ЭСМ. Экономика. Социология. Менеджмент. http://ecsocman.hse.ru/
2. Библиотека академии наук – http://www.neva.ru/
3. Государственная публичная историческая библиотека России – http://www.shpl.ru/
4. Журнал «Государство и право» – http://igran.ru/rus/magazine/index.htm
5. Информационно-правовой сервер «Гарант» –http://www.garant.ru/
6. Информационно-правовой сервер «Консультант Плюс» –http://www.consultant.ru/
7. Конституционный Суд Российской Федерации –http://ks.rfnet.ru/
8. Правительство Российской Федерации –http://www.goverment.gov.ru/
9. Свердловская область –http://www.midural.ru/
10. Госкомстат РФ: http://www.gks.ru
11. Министерства РФ по налогам и сборам: http://www.nalog.ru
12. Министерство экономического развития и торговли РФ: http://www.economy.gov.ru
13. Министерство финансов РФ: http://www.minfin.ru
14. Комитета РФ по финансовому мониторингу: http://www.kfm.ru
15. Институт экономики иностранных государств: http://www.economy.gov.ru
16. Институт проблем рынка Российской академии наук: http://www.cemi.rssi.ru
17. Московская фондовая биржа: http://www.mse-dsu.ru
18. Гильдия инвестиционных и финансовых аналитиков: http://www.gifa.ru
19. Федеральной комиссии по рынку ценных бумаг: http://www.fedcom.ru

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

10.1.Методика проведения лекций

Лекционные занятия проводятся в мультимедийном классе и являются одним из основных методов обучения по дисциплине, которые должны решать следующие задачи:

- изложить важнейший материал программы курса,
- познакомить с проблемами экономики и управления народным хозяйством и методами их решения, последними достижениями и проблематикой в этой области;
- развить у студентов потребность к самостоятельной работе над учебниками и научной литературой.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания аспирантов структуру курса и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела, суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим.

Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой курса. Желательно, чтобы каждая лекция охватывала и исчерпывала определенную тему курса и представляла собой логически вполне законченный раздел. Лучше сократить тему, но не допускать перерыва ее на таком месте, когда основная идея еще полностью не раскрыта.

10.2.Методика проведения практических работ

Целями проведения практических работ являются:

- установление связей теории с практикой в форме проведения лабораторных расчетов;

- контроль самостоятельной работы аспирантов по освоению курса;

- обучение навыкам работы с современными методами расчета.

Поставленная цель практикума достигаются наилучшим образом в том случае, если выполнению работы в аудитории предшествует определенная подготовительная внеаудиторная работа. Поэтому преподаватель обязан довести до всех аспирантов график выполнения практических работ на весь семестр и внушить необходимость самостоятельной подготовки к каждой работе.

10.3. Методические указания студентам по изучению дисциплины

Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие аспиранта путем планомерной, повседневной работы.

Общие рекомендации

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Работа с конспектом лекций

Просмотрите конспект сразу после занятий. Отметьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на текущей консультации или на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Каждую неделю отводите время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам и тестам.

Выполнение практических работ

На первом занятии получите у преподавателя график выполнения практических работ на текущий семестр. Обзаведитесь всем необходимым методическим обеспечением.

Перед выполнением практических работ изучите теорию вопроса, предполагаемого к исследованию, ознакомьтесь с руководством по соответствующей работе и подготовьте протокол проведения работы, в который занесите название и цели работы.

10.4. Методика работы со студентами с ограниченными возможностями здоровья

Использование некоторых дистанционных методик работы со студентами, имеющими проблемы с моторикой (такими, которые не успевают конспектировать лекции), одной из которых может быть использование технические средства фиксации (диктофоны), с последующим составления тезисов лекции в период самостоятельной работы студента, что будет способствовать запоминанию материала и развивать моторику.

Следующим этапом этой работы может быть подготовка для этой же категории студентов к семинарским занятиям таких заданий, которые не требуют от них написания длинных текстов. Наиболее оптимальным вариантом такого задания может служить тестовое задание. Тесты могут быть использованы и для контроля знаний студентов с дефектами (заторможенностью речи).

10.5 Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовая работа представляется на кафедру и защищается в сроки, предусмотренные учебным планом. До защиты курсовой работы студент не допускается к сессии в текущем семестре.

Оформление курсовой работы

Курсовая работа должна быть выполнена на компьютере на одной стороне стандартного листа формата А4.

Параметры текста:

• шрифт Times New Roman;

• межстрочный интервал – двойной;

• поля: верхнее – 2 см, правое – 1, 5 см, левое – 2,5 см.

Объем курсовой работы – 25-35 листов.

Титульный лист оформляется по образцу № 2 (титульный лист не нумеруется).

Далее следует оглавление или содержание курсовой работы (образец № 3).

Курсовая работа должна в обязательном порядке содержать введение, основной текст, заключение и библиографию.

Во введении необходимо указать актуальность исследования, цели и задачи исследования, степень разработанности исследования, а также его методологическую, теоретическую и информационную базу. Объем введения не должен превышать 1/5 всей работы.

Основной текст должен делиться на главы, которые делятся на параграфы. Содержание и форма изложения материала определяются автором.

В заключении подводятся итоги проведенного исследования и формулируются выводы. Желательно, чтобы выводы содержали в себе элементы новизны и практической значимости.

Библиография оформляется следующим образом. Вначале перечисляются нормативные акты (по их юридической силе в нисходящем порядке), затем научная и учебная литература (в алфавитном порядке).

ПЛАНЫ СЕМИНАРСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Примерные задания итоговой контрольной работы по итогам 1-го семестра.

1. Решить систему уравнений по формулам Крамера**:**

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 3 \\ x + 2y = -7 \\ -x + 3y - z = 2 \end{cases}$$

2. Решить систему Ах = В с помощью обратной матрицы:

A=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. написать разложение вектора x по векторам p, q, r , если

$x = \{-2; 4; 7\}$ $p = \{0; 1; 2\}$ $q = \{1; 0; 1\}$ $r = \{-1; 2; 4\}$

4. Найти косинус угла между векторами AB и AC , если

А (1; -2; 3), В (0,-1,2) С (3,-4,5)

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b ,

если $a = p + 2q$; $b = 3p - q$; $|\vec{p}| = 1; \quad |q| = 2 \quad (\vec{p};\vec{q}) = \frac{\pi}{6}$.

6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$, если

$A_1(1;3;6)$, $A_2(2;2;1)$, $A_3(-1;0;1)$, $A_4(-4;6;-3)$.

7. Найти уравнения высоты, медианы и биссектрисы из вершины А треугольника с вершинами A(3;-1); B(2;4); C(0;-3).

8. Найти точку M_1, симметричную относительно прямой, проходящей через точки А и В, если A(5;-3), B(2;7), M(-2;1).

9. Найти расстояние от точки M_o до плоскости, проходящей через три точки $M_1(-3;4;-7)$, $M_2(1;5;-4)$, $M_3(-5;-2;0)$, $M_o(-12;7;-1)$.

10. Написать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0 \\ 3x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$

11. Найти точку M_1, симметричную точке М относительно прямой, если M(0;-3;-2); уравнение прямой: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}$.

12. Найти точку M_1, симметричную точке М относительно плоскости M(1;0;1); 4x+6y+4z-25=0.

13. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты вектора x в базисе (e_1', e_2', e_3'), если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3): $\begin{cases} \vec{e}_1' = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \\ \vec{e}_2' = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3' = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases}$ $\vec{X} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

15. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

16. Исследовать кривую второго порядка и построить ее: $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x + 4y + 1 = 0$

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).

При изучении студентами дисциплины «Математика» используются следующие технологии:

-технологии проблемного обучения (проблемные лекции, проводимые в форме диалога, решение учебных задач на семинарских и практических занятиях);

-интерактивные технологии;

-информационно-коммуникативные образовательные технологии, например, презентация учебных материалов.

Информационно-справочные системы:

- Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Современные цифровые технологии». Договор №075-09/15 от 11.09.2015г. на оказание услуг по представлению доступа к электронным изданиям. Сайт: www.biblioclub.ru «Университетская библиотека онлайн».

- Справочная правовая система «ГАРАНТ» Договор № 164-пл/2014 от 01.01.2014г. ООО «ПРАВОВЕСТ».

- Картотека книгобеспеченности АНО ВО Институт современного образования и информационных технологий утверждена ректором института 16 сентября 2015 года.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для обеспечения данной дисциплины необходимы:

1. оборудованные аудитории (специальная мебель и организационные средства);
2. технические средства обучения: компьютер, принтер, ксерокс; учебно-наглядные пособия, доска.